

П.В.Білошицький, Ю.М.Онопчук, Д.І.Марченко, Н.І.Аралова

## Математичні методи дослідження проблеми надійності функціонування організму за екстремальних умов високогір'я

*Для исследования проблемы надежности функционирования организма предложены математические методы теории надежности и математического моделирования его основных функциональных систем. Показано, что наиболее пригодной моделью надежности является цепь последовательно соединенных звеньев, представляющих собой отдельные функциональные системы организма. Оказалось, что наиболее слабыми звеньями, которые определяют надежность функционирования организма в экстремальных условиях высокогорья даже для здорового человека, являются системы дыхания, кровообращения, терморегуляции и ВНД. Количественные характеристики надежности этих систем определены через основные показатели. Влияние недостаточного содержания кислорода в дыхательной смеси, низкого атмосферного давления, низких температур среды имитируются на компьютерных моделях организма. Анализ результатов моделирования показывает, что умеренная физическая нагрузка улучшает показатели адаптивности организма к экстремальным условиям высокогорья, повышает работоспособность и надежность его функционирования.*

Надійність – найбільш загальне, багатопланове поняття, яке охоплює численні фактори, завдяки яким організм може ефективно існувати та працювати при досить широкому діапазоні збурень навколишнього середовища, зокрема, за екстремальних умов високогір'я [1]. У математичній теорії [3] поняття надійності тісно пов'язується з поняттям якості – сукупністю властивостей, що визначають міру здатності системи здійснювати певні функції. При цьому під надійністю системи розуміють її спроможність зберігати якість при визначених умовах життєдіяльності, тобто надійність – це розгорнута в часі якість. Одним з основних у теорії надійності є поняття про відмову та безвідмовність. Відмова – це часткова чи повна втрата або видозміна властивостей, яка суттєво знижує праце-

здатність чи призводять до її повної втрати. Багато фахівців вважають, що для характеристики складної системи поняття надійності зайве, оскільки існує поняття ефективності функціонування складної системи. Проте розвиток теорії надійності призвів до розмежування понять надійності й ефективності. Виявилося, що у разі абсолютно надійної системи важливо знати ступінь ефективності її функціонування. Інакше, під надійністю системи слід розуміти стабільність ефективності її функціонування. Важливою характеристикою надійності системи є час її безвідмовної роботи. Якщо  $\tau$  – час життя системи, а

$$Q(t) = P\{\tau < t\} \text{ – імовірність відмови}$$

системи до моменту часу  $t$ , то

$$P(t) = 1 - Q(t) = P\{\tau > t\}$$

є ймовірність безвідмовної роботи системи за час  $t$ . Цю функцію називають функцією надійності. Якщо позначити

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)},$$

де  $P'(t)$  – похідна функції надійності, то для досить малих  $\Delta t$

$$Q(t, t + \Delta t) \approx \lambda(t) \cdot \Delta t.$$

Функція  $\lambda(t)$  – ризик відмови – є дуже важливою характеристикою надійності системи. Для широкого класу систем (у тому числі і для живих)

$$\lambda(t) = \text{const} = \lambda,$$

а це дає можливість визначити час життя системи

$$T_0 = -\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Таким чином, для системи, яка може знаходитися лише в двох станах – працюючому або непрацюючому (етап відмови), ризик відмови системи від роботи обернено пропорційний середньому часу життя.

Цікавим для розгляду є випадок, коли система в момент часу  $t$  може знаходитися у будь-якому зі скінченної множини  $\{E_i, i = \overline{0, N}\}$  стани, причому  $E_0$  – стан відмови, а  $E_i, i = \overline{1, N}$  – стани безвідмовної роботи. Переходи з одного стану в інший здійснюються наступним чином: стан  $E_k (k = \overline{1, N+1})$  досягається лише переходом з  $\{E_i, i = \overline{0, N}\}$ . У стан  $E_0$  можна перейти з будь-якого стану  $E_k$ , але як тільки система перейшла в  $E_0$ , то вона в ньому залишається. Нехай  $\lambda$  – ймовірність переходу з  $\{E_i, i = \overline{0, N}\}$  у  $E_{k-1}$  в інтервалі часу  $(t, t+\Delta t)$  а  $\mu$  – ймовірність попадання в  $E_0$ . У цьому разі ймовірність безвідмовної роботи системи за час  $t$  визначається співвідношенням

$$R(t) = e^{-\mu} \left[ 1 - \int_0^t \frac{\lambda^N x^N - e^{-\lambda x}}{\Gamma(N)} dx \right],$$

де  $\Gamma(N)$  – гамма-функція.

Таким чином, для загальної моделі служить комбінована інтенсивність відмов до якої входить експонента, що характеризує випадкові відмови.

При використанні моделей і методів визначення надійності живих систем слід враховувати, що максимальний рівень їх надійності визначений Творцем і тільки в процесі обстеження кожного конкретного індивідуума іноді вдається розпізнати особливості функціонування його організму в цілому та окремих його функціональних систем. Більше того, множина функцій, що їх повинен виконувати організм людини за період життєвого циклу, розмита і повністю не визначена. Еволюція людства, розвиток цивілізації ставить перед організмом все нові й нові задачі, раніше невідомі, але які надалі стають ординарними та буденними. Однак деякі складові функціонування організму – харчування, дихання, розмноження, захист тощо – є незмінними протягом усієї еволюції і визначають суть життя. Тому, перш за все, слід розглядати надійність функціонування тих фізіологічних систем, котрі забезпечують ці процеси.

При створенні моделей надійності живих систем слід мати на увазі, що живі системи – системи самоорганізовані. Якщо технічна система зустрічається з такими умовами функціонування, які не передбачені проектами, то її стан не може бути прогнозованим. Жива система змушена функціонувати за умов, які постійно змінюються, і при цьому приймати найбільш раціональні рішення щодо забезпечення високонадійної життєдіяльності. Жива система – не тільки керована динамічна система, але й цілеспрямована. На відміну від технічних систем, у яких блоки керування, наведення на ціль про-

грамуються заздалегідь, жива система сама формує цілі, критерії оптимальності і в будь-який момент може пожертвувати безпекою життя заради досягнення мети, або відмовитися від роботи заради збереження нормальних умов життя. Жива система є складною динамічною системою і тому їй властиві загальні закономірності поведінки та надійності функціонування складних систем; як і у технічних системах, тут чітко проглядаються три стадії зміни функції ризику відмови:

- стадія випадкових (невипадкових) відмов, пов'язаних з вродженими патологіями, недосконалістю механізмів адаптації;
- стадія ефективної роботи (фізичної та творчої). Середній час безвідмовної роботи на цій стадії суттєво залежить від вартості значення мети. Може виявитися, що досягнення мети з врахуванням внутрішніх резервів організму (навіть за умов норми) неможливе, оскільки призведе до повного вичерпання ресурсів, і тоді системи, відповідальні за прийняття рішень про припинення роботи, можуть прийняти саме таке рішення. Тому принципово важливою є задача оцінки надійності функціонування живої системи (хоча б на підмножині станів, що підтримують її життєву безпеку) за екстремальних умов середовища;
- стадія ризику невиконання (відмови) роботи при старінні організму або розвитку патологій у фізіологічних системах.

Моделі надійності мають за мету встановити зв'язок між елементами системи і їх впливом на роботу. Спостереження за вихідною характеристикою елемента можуть мати якісний (виконання функції чи відмова) або кількісний характер. У цьому разі вихідна характеристика може полягати в перевірці умов попадання вихідного показника в задані межі. Функціональна структура системи визначає закон взаємодії характеристик елементів, відповідно до якого вони функціонують

визначеним чином і у визначеній послідовності. Живі системи слід відносити до послідовно – паралельних систем. У них деякі функції якщо не повністю, то принаймні частково можуть бути замінені більш напруженою роботою інших систем. Однак найпростішою моделлю відмов для живої системи є послідовна система, яка може бути представлена ланцюгом, серед ланок якого виділяються найслабкіші, відмова яких від роботи призводить до відмови від роботи всього організму. З цих позицій для практично здорового організму найслабкішими ланками є системи дихання, кровообігу та ВНД, неефективність виконання основних функцій яких часто призводить до відмови від необхідної роботи. В принципі за модель надійності функціонування систем організму можна розглядати модель ланцюга з виділенням одного або декількох слабких ланок. Оскільки працездатність організму багато в чому залежить від ефективності виконання системами дихання та кровообігу (слабка ланка) своїх основних функцій, то надалі розглядаються саме ці системи. Вихідні характеристики системи дихання визначаються кількісно, виходячи з основної її функції – своєчасного постачання кисню метаболіюючим тканинам і виведенням із організму вуглекислоти.

Можна вважати, що свою функцію система здійснює успішно, якщо напруження кисню і вуглекислоти в артеріальній крові та тканинах знаходяться в заданих для відповідних умов життєдіяльності межах:

$$P_a^{\min} O_2 < P_a O_2 < P_a^{\max} O_2$$

$$P_a^{\min} CO_2 < P_a CO_2 < P_a^{\max} CO_2$$

$$P_{ii}^{\min} O_2 < P_{ii} O_2 < P_{ii}^{\max} O_2$$

$$P_{ii}^{\min} CO_2 < P_{ii} CO_2 < P_{ii}^{\max} CO_2$$

$$i = \overline{1, m}$$

Мінімальні значення напруження кисню в крові та тканинах визначаються пороговими (критичними) значеннями, перехід через які в менший бік може призвести до розвитку патологій, а максимальні – напруженням кисню в стані спокою. Для визначення напруження кисню та вуглекислоти в різних структурах організму використовується математична модель функціональної системи дихання [2]. Структурно-функціональна схема системи дихання представлена в ній послідовною моделлю надійності, де окремими елементами є підсистеми зовнішнього дихання, легеневого кровообігу, серцевої діяльності, регуляції, крові тощо. Відмова від роботи будь-якої з цих підсистем призводить до відмови від виконання функцій всього організму.

Якісний і кількісний аналіз математичної моделі функціональної системи дихання дозволяє встановити основні закономірності перебігу процесу дихання, роль регуляторних механізмів при забезпеченні та підтриманні основної функції системи дихання при різних умовах життєдіяльності організму. Зокрема, аналіз моделі показав надзвичайну стійкість процесу дихання при зміні умов та адаптивність цього процесу. Ці властивості процесу дихання є надзвичайно важливими при забезпеченні надійності функціонування системи. Втрата стійкості або адаптивності системою може призвести до відмови виконання функцій, в той же час стійкість і адаптивність не є достатніми умовами підтримки високої надійності системи. На перших порах адаптації до високогір'я в роботу для забезпечення надійності задіяні регуляторні механізми системи дихання, що визначають оптимальний для заданих умов рівень вентиляції, об'ємної швидкості кровообігу в системному та капілярному руслах. При більш тривалій дії збурень в організмі виникає необхідність у значній економізації обмінних процесів у тканинах, відчутній зміні чутливості до гіпоксії,

інтенсифікації процесу еритропоезу, структурно-морфологічних перебудов. Усе це свідчить про те, що надійність функціонування системи підтримується різноманітними механізмами та процесами і в кожному випадку зміни умов життєдіяльності їх взаємодія є синхронною та ефективною. Невід'ємною складовою частиною моделі надійності є модель адаптації системи дихання до зміни умов життєдіяльності людини. При моделюванні процесу адаптації дуже важливим стає алгоритм визначення об'ємної швидкості кровотоку органів в тривалому інтервалі часу. Для вирішення задачі розподілу системного кровотоку серед органів і тканинних резервуарів пропонується використати алгоритм багатокритеріальної оптимізації.

Якщо  $Q_i, i = \overline{1, m}$  – кровотік у органах та тканинах, їх об'ємна швидкість, то для їх визначення мінімізується функція

$$I(Q_i, i = \overline{1, m}) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^m v_i^{(k)} (Q_i - Q_i^{(k)})^2$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^m Q_i = Q$$

$$Q_i \geq Q_i^{\min}, i = \overline{1, m},$$

де  $Q_i^{(k)}$  – величини об'ємних швидкостей кровотоку у органах, обрані виключно з  $i$ -го принципу регуляції,

$v_i^{(k)}$  – коефіцієнт пріоритету того чи іншого принципу регуляції для  $i$ -го тканинного регіону ( $v_i^{(k)} \geq 0, \sum_{k=1}^n v_i^{(k)} \geq 0$ ).

Загальним розв'язком цієї задачі є

$$Q_i^{\min}, i \in I_1 \in I = \{1, 2, \dots, v\}$$

$$Q_i = \left\{ \begin{array}{l} \bar{Q} - Q + \sum_{i \in I_1} Q_i^{\min} \\ \bar{Q}_i - \frac{\sum_{k=1}^n v_i^k \cdot \sum_{i \in I / I_1} \frac{1}{\sum_{k=1}^n v_i^{(k)}}}, i \in I / I_1, \end{array} \right.$$

де

$$\bar{Q}_i = \frac{\sum_{k=1}^n v_i^{(k)} Q_i^{(k)}}{\sum_{k=1}^n v_i^{(k)}}, \quad \bar{Q} = \sum_{i=1}^m \bar{Q}_i$$

Множина  $I_1$  – це множина індексів тих  $Q_i$ , для яких визначені мінімально можливі значення об'ємних швидкостей кровотоку  $Q_i^{min}$ .

Значення  $Q_i^{(k)}$  можуть задаватися дослідником, виходячи з наявних експериментальних даних, або визначатись як рішення задачі математичного програмування за умови, що в основі розподілу системного кровотоку лежать лише задані принципи регуляції (гіпоксичний, гіперкапічний, температурний тощо). Чисельний аналіз математичної моделі надійності функціонування системи дихання за умов високогір'я [4] показує, що помірна робота сприяє підвищенню надійності системи, призводить до підтримки гомеостазу кисню та вуглекислоти в організмі, зменшує навантаження на регуляторні механізми організму та збільшує резерви організму.

Подальші обчислювальні експерименти з математичною моделлю надійності зможуть розширити коло її використання, дати змогу провести необхідні уточнення та модифікації.

**P.V. Beloshitsky, Yu.N. Onopchuk,  
D.I. Marchenko, N.I. Aralova**

#### **MATHEMATICAL METHODS FOR INVESTIGATING THE RELIABILITY OF ORGANISMS FUNCTIONING UNDER THE EXTREME CONDITIONS OF HIGH MOUNTAINS**

The health of a person and his capacity for work under conditions of high mountains in many respects is deter-

mined by the reliability of the function of physiological systems. Mathematical methods of both the reliability theory and mathematical simulation of basic functional systems are proposed to be used for investigating the reliability. It is shown that the most suitable reliability model for living systems is a chain model—a successive connection of links representing separate functional systems of organism. Besides, the weakest links determining the reliability of functioning of the whole organism under the extreme conditions of high mountains even for a healthy person are respiration, blood circulation, thermoregulation and psychophysiological systems. Quantitative characteristics of the reliability of these systems are determined through the main indicators. The influence of non-sufficient contents of oxygen in respiration mixture, low atmospheric pressure, low temperatures of the environment are simulated by computer models of organism. An analyses of modeling data shows that moderate physical loading improves indicators of organisms adaptivity to external conditions of high mountains and promotes the increasing of persons capacity for work and the reliability of his functioning.

*International Centre for Astronomical, Medical and Ecological Research NASU, RAS and government of KBR, belosh@serv.biph.kiev.ua*

#### **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. Белошицкий П.В. Проблемы надежности, устойчивости биоструктур. – В кн.: Живучесть и реконфигурация информационно-вычислительных и управляющих систем. Вторая Всесоюзная научно-техническая конференция. – К., 1989. – Т. 2. – С. 10 – 13.
2. Вторичная тканевая гипоксия /Под общ. ред. Колчинской А.З. – К.: Наук. думка, 1983. – 255 с.
3. Лллойд Д., Липов М. Надежность. – М.: Совет. радио, 1964. – 686 с.
4. Онопчук Ю.Н., Белошицкий П.В., Аралова Н.И. К вопросу о надежности функциональных систем организма. – К.: Кибернетика и вычисл. техника. – Вып. 122. – 1999. – С. 72 – 89.

*Міжнар. центр астроном. і мед.-екол. досліджень НАН України та РАН, Терскол, КБР, Росія*